

OPERAÇÕES DE FINANCIAMENTOS NO SISTEMA DE AMORTIZAÇÕES PROGRESSIVAS E SEUS CUSTOS COM AUXÍLIO DA HP-12C

Kenny Abiorana Duran¹, Ricardo Jorge da Cunha Costa Nogueira²

RESUMO

A Matemática Financeira aborda importante estudo relacionado com as operações de financiamentos, através do estudo das anuidades ou séries financeiras. Devido a diversidade e complexidade dos cálculos a serem desenvolvidos pela comunidade acadêmica de forma algébrica, se faz necessário a demonstração de alguns recursos didáticos disponíveis que auxiliem na resolução dos cálculos e ao aprendizado do assunto. O presente estudo objetiva demonstrar aos acadêmicos e estudiosos da área a utilização didática dos financiamentos incluindo os cálculos do Imposto sobre Operações Financeiras – IOF e do Custo Efetivo Total – CET. Os cálculos contam com o auxílio de uma poderosa ferramenta de cálculos financeiros, ou seja, a calculadora HP12C, como auxiliar nas resoluções e simulações de cálculos das prestações dos financiamentos. O recurso metodológico utilizado foi a pesquisa bibliográfica de forma qualitativa. O foco da pesquisa foi direcionado para produções bibliográficas que abordam assuntos de Matemática Financeira com utilização da calculadora financeira HP12C e com aprofundamento nos conteúdos que abordam os financiamentos. Como principais resultados do trabalho destacam-se a informação à comunidade acadêmica e ao público interessado de como solucionar problemas que envolvem cálculos das prestações de financiamentos através dos recursos didáticos apresentados e possibilitar o aprendizado, manuseio e utilização da calculadora financeira HP12C. Neste contexto a comunidade de acadêmicos é beneficiada com a instrução do aprendizado e pode aplicar os conhecimentos adquiridos em cenários reais.

Palavras-chave: Financiamentos. HP12C. IOF. CET.

ABSTRACT

Financial Mathematics covers an important study related to financing operations, through the study of annuities or financial series. Due to the diversity and complexity of the calculations to be developed by the academic community in an algebraic way, it is necessary to demonstrate some available didactic resources that aid in the resolution of the calculations and the learning of the subject. The present study aims to demonstrate to the scholars and scholars of the area the didactic use of financing, including calculations of Tax on Financial Operations - IOF and Total Effective Cost - CET. The calculations rely on a powerful financial calculations tool, that is, the HP12C calculator, as an aid in the resolutions and simulations of calculations

¹ Pós-Graduação – Mestrado em Engenharia da Produção pela Universidade Federal do Amazonas – UFAM.
professorkenny@hotmail.com

² Universidade Federal do Amazonas - UFAM.

of financing installments. The methodological resource used was qualitative bibliographical research. The focus of the research was directed to bibliographic productions that deal with Financial Mathematics issues with the use of the HP12C financial calculator and with a deepening of the contents that approach the financing. The main results of the work are the information to the academic community and the interested public on how to solve problems involving calculations of financing payments through the presented didactic resources and enable the learning, handling and use of the HP12C financial calculator. In this context, the academic community benefits from the instruction of learning and can apply the knowledge acquired in real scenarios.

Keywords: Financial Services. HP12C. IOF. CET

1. INTRODUÇÃO

Nos dias atuais verifica-se que no Brasil e na maior parte dos países capitalistas do mundo inteiro, a maioria das operações de empréstimos e financiamentos são realizadas através do sistema de amortizações progressivas ou sistema price, haja vista, que os ganhos para quem financia ocorre em progressão geométrica ou de forma exponencial, possibilitando ganhos altíssimos através de juros. Assim devido a sua grande utilização, através dos agentes financiadores, principalmente, bancos e a incidência oportunista da tributação brasileira, através do imposto sobre operações financeiras (IOF), torna-se importante o seu estudo e divulgação à sociedade, visando uma maior capacitação e esclarecimento de todos sobre esse sistema financeiro.

A aplicabilidade da Calculadora Financeira HP12C nas resoluções e simulações de cálculos de financiamentos, através do sistema de amortizações progressivas é de uma importância fundamental para a comunidade acadêmica que estuda a Matemática Financeira e para os segmentos da sociedade que desejam capacitar-se no aprendizado e operacionalidade deste tão importante instrumento eletrônico, pois, funciona como uma verdadeira ferramenta de trabalho e auxilia desde os cálculos mais simples até aos mais complexos permitindo que se possa efetuar comparações e aferições com as resoluções efetuadas de forma algébrica e também que se faça simulações diversas em todos os cálculos envolvendo o objeto de estudo.

A presente produção científica objetiva de forma geral demonstrar os cálculos das operações de financiamentos, através do sistema de amortizações progressivas e seus custos, utilizando a calculadora financeira HP12C como ferramenta facilitadora para a realização de cálculos e simulações, visando facilitar, imensamente, os problemas enfrentados nas operações de cálculos desta natureza, tanto da comunidade acadêmica, quanto da população interessada no assunto.

No decorrer da obra será possível identificar os principais comandos de operações financeiras contidos na calculadora HP12C, bem como, realizar os principais cálculos algébricos, referente ao sistema de amortizações progressivas e em seguida operacionalizar, tanto na respectiva ferramenta estudada, quanto de forma algébrica, no que diz respeito aos financiamentos com e sem carência para possíveis e necessárias simulações e ainda aplicar os principais conceitos das ciências estudadas como suporte para demonstração dos cálculos através dos recursos gráficos e equações também constituem objetivos importantes deste trabalho.

No primeiro tópico do trabalho será apresentado um referencial teórico, o qual permite dar um bom suporte ao estudo apresentado. Na sequência será indicado os recursos metodológicos utilizados. No terceiro item será apresentado de forma algébrica a origem e formação da equação básica dos financiamentos e no quarto tópico será demonstrado, através de exemplos, a aplicação das equações em financiamentos com e sem carência. No quinto tópico do trabalho será apresentado como se calcula o imposto sobre operações financeiras (IOF) e sua influência de acordo com as regras nacionais vigentes. No sexto item será demonstrado como se calcula o custo efetivo total (CET) de uma operação de financiamento considerando os custos envolvidos na operação. Nos últimos tópicos serão apresentadas algumas discussões e será concluído o trabalho.

A situação econômica atual em que vive a sociedade economicamente ativa brasileira é basicamente formada por vendedores e compradores, prestadores de serviços e tomadores de serviços. Neste contexto surgem necessidades cada vez mais crescentes por parte dos empresários e dos compradores de realizar empréstimos e financiamentos para realizar suas compras e efetuar os pagamentos de forma parcelada. Os empresários e empreendedores também demandam, constantemente, da necessidade de realizar simulações destes empréstimos ou financiamentos considerando os custos envolvidos. Os bancos, que são grandes agentes financiadores deste mercado, acabam investindo recursos nas mais diversas atividades operacionais para atender as diferentes e constantes demandas por recursos financeiros.

Percebe-se, diante deste cenário, que absorver conhecimentos sobre cálculos de empréstimos e financiamentos é uma questão de sobrevivência para exercer essas atividades e permanecer cada vez mais ativo no mercado financeiro, o qual demanda conhecimento e prática para estas atividades. Neste diapasão tem-se os estudos realizados pela ciência da Matemática Financeira, onde diversos pesquisadores e escritores procuram demonstrar, através dos mais diversos aspectos, a realização destes cálculos, a fim de facilitar os trabalhos demandados.

O presente trabalho terá como missão principal demonstrar a utilização destas ferramentas como facilitadoras para realização dos cálculos e simulações de empréstimos e financiamentos

facilitando e amenizando, imensamente, a vida de inúmeros acadêmicos estudantes da área e também de empresas, bancos e de pessoas que necessitam, constantemente, realizar cálculos financeiros da natureza aqui apresentados.

1.2. A Matemática financeira e os financiamentos

O presente trabalho será apresentado dentro dos padrões didáticos do autor, o qual é professor há 20 (vinte) anos de Matemática Financeira e em disciplinas voltadas às finanças. Todos os exemplos, cálculos e comentários contêm a expressão do conhecimento do autor, porém, o trabalho tem referencial em alguns escritores voltados ao estudo da Matemática Financeira, bem como, em pesquisas efetuadas em *websites* dos principais órgãos reguladores do Sistema Financeiro Nacional, os quais serão citados no decorrer da presente obra, bem como, referenciados ao final, conforme normas metodológicas vigentes.

Dentre os escritores referenciados destacam-se aqueles que se dedicaram, exclusivamente, aos cálculos dos empréstimos e financiamentos através da calculadora financeira HP12C com ampla concentração nos métodos estudados (BAUER, 1996). Há outros autores que se dedicaram na aplicabilidade dos cálculos algébricos, juntamente, com a calculadora HP12C e do MS Excel (BRUNI; FAMÁ, 2002), (GIMENES, 2009) e (JOBIM, 2015). Na literatura de Matemática Financeira e Administração Financeira alguns autores se destacam por realizar demonstrações de cálculos com profundidade algébrica de muita qualidade didática (NETO, 2016) e (DANA, 2015). Em pesquisas científicas sobre o assunto destacam-se algumas dissertações de mestrado e alguns artigos científicos, ambos já publicados (MILAN, 2003) e (QUEIROZ, 2017).

Dos autores citados merece destaque em particular (GIMENES, 2009), pois, este autor teve em sua obra a importante preocupação em abordar um conteúdo bastante motivador para a realização deste trabalho. A motivação fica bem evidente quando o mesmo evidencia em sua obra que no Brasil a compra financiada é uma questão cultural e fortemente enraizada na população, conforme pode-se ver na transcrição a seguir:

As empresas estão ansiosas para vender seus produtos e serviços, e o consumidor está apto a comprar. Essa relação merece considerável atenção. Mas nem sempre o consumo é racional, ou seja, com base nas reais necessidades do indivíduo, e frequentemente ocorre por impulso. No Brasil, a compra financiada (ou a prazo) é uma questão cultural e fortemente enraizada (GIMENES, 2009, p. 93).

Tem-se ainda alguns autores que destacam os avanços dos estudos numéricos através da calculadora HP12C e do MS Excel como ferramentas incorporadas ao aprendizado educacional sobre cálculos financeiros (MILAN, 2003, p. 16).

Importante destacar que o Sistema de Amortizações Progressivas ou Sistema Francês de Amortizações foi desenvolvido no século XVI, e seus créditos foram atribuídos a Richard Price em 1771, por ter publicado uma obra em que as tabelas financeiras foram apresentadas. Nesse sistema, as prestações são constantes, e a taxa de juros usualmente é nominal e periodicamente atribuída, conforme nos ensina (GIMENES, 2009, p. 194).

De acordo com esse sistema de amortizações, alguns autores modernos como (BRUNI, FAMÁ, 2002, p. 308), afirmam que as “prestações são constantes, ou seja, as séries são sempre uniformes. Assim, o pagamento dos juros é decrescente, enquanto as amortizações do principal são crescentes.”

Ainda acerca das prestações, juros e amortizações do Sistema Francês de Amortizações (GIMENES, 2009, p. 195), orienta que “o fato de o valor das prestações ser fixo é uma das virtudes desse método, porém os juros pagos no começo são altos, se comparados aos dos sistemas SAC e Sacre, e o valor a ser amortizado é muito pequeno. Esse considerável pagamento de juros eleva o montante total de forma significativa em função do tempo.”

Há autores também que afirmam ser o Sistema Francês “amplamente utilizado no Brasil; estipula que as prestações de um empréstimo ou financiamento devem ser iguais, periódicas e sucessivas”, (DANA, 2015, p. 96) e (NETO, 2016, p. 211), o qual afirma também em sua obra que “o Sistema de Amortização Francês (SAF) ou Prestação Constante (SPC), amplamente adotado no mercado financeiro do Brasil, estipula, ao contrário do SAC, que as prestações devem ser iguais, periódicas e sucessivas.”

Assim, verifica-se que a comunidade de autores voltadas ao conteúdo abordado está em afinidade com o tema tratado e que demonstram uma preocupação grandiosa em transmitir o aprendizado aos acadêmicos e à sociedade interessada de um modo geral. O presente trabalho também possui o mesmo objetivo de estudo.

1.3. Equação básica dos financiamentos

No intuito de demonstrar a formação da equação básica dos financiamentos considerar-se-á como ponto de partida o seguinte exemplo:

Exemplo 1: Um cliente compra um carro financiado, o qual irá pagar em 4 (quatro) prestações mensais de R\$ 2.626,24, sem entrada. As prestações serão pagas a partir do mês seguinte ao da compra e o vendedor afirmou estar cobrando uma taxa de juros compostos de 2% a.m. Nestas condições qual o preço do carro à vista?

Para dar prosseguimento à demonstração da formação da equação dos financiamentos, com base no exemplo apresentado, denominar-se-á a prestação do financiamento de “**PMT**”, ou seja, sigla que deriva da palavra em inglês “*Payments*”, que significa pagamento, em traduzindo para o português. A taxa de juros será representada por “**i**”, ou seja, do inglês “*interest rate*”, que significa taxa de juro em português e o preço do carro à vista será “**PV**”, ou seja, do inglês “*Present Value*”, que significa valor presente, em português.

Assim:

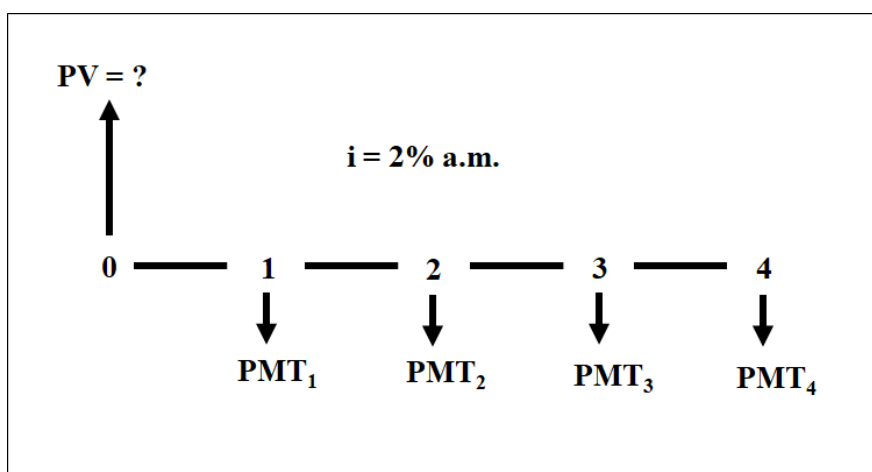
$$\text{PMT} = \text{R\$ } 2.626,24$$

$$i = 2\% \text{ ao mês ou } 0,02 \text{ ao mês}$$

$$\text{PV} = ?$$

O preço do carro à vista (PV) corresponde à soma dos valores descontados de cada parcela (PMT), na data focal zero. As parcelas serão calculadas à taxa de 2% a.m. O gráfico 1 a seguir representa as parcelas “PMT” a serem descontadas:

Gráfico 1: Representação das parcelas a serem descontadas



Fonte: Autor

A soma dos valores atuais das parcelas que produzirão (PV) é dada por:

$$\text{PV} = \frac{\text{PMT}_1}{(1+i)^1} + \frac{\text{PMT}_2}{(1+i)^2} + \frac{\text{PMT}_3}{(1+i)^3} + \frac{\text{PMT}_4}{(1+i)^4}$$

Porém, como as parcelas são iguais, tem-se:

$$PMT_1 = PMT_2 = PMT_3 = PMT_4 = PMT$$

Assim, sendo a taxa igual a 2% ao mês e as parcelas iguais, tem-se:

$$PV = \frac{PMT}{(1 + 0,02)^1} + \frac{PMT}{(1 + 0,02)^2} + \frac{PMT}{(1 + 0,02)^3} + \frac{PMT}{(1 + 0,02)^4}$$

Na sequência, colocando-se (PMT) em evidência, tem-se:

$$PV = PMT \times \left[\frac{1}{(1,02)^1} + \frac{1}{(1,02)^2} + \frac{1}{(1,02)^3} + \frac{1}{(1,02)^4} \right]$$

$$PV = PMT \times [0,98092 + 0,961169 + 0,942322 + 0,923845]$$

$$PV = PMT \times [3,807728]$$

Como $PMT = R\$ 2.626,24$, tem-se:

$$PV = 2.626,24 \times 3,807728$$

$$\mathbf{PV = R\$ 10.000,00}$$

Conclui-se, com base nos dados do exemplo 1, que o preço do carro à vista é de R\$ 10.000,00. Deve-se observar, entretanto, que este valor foi obtido multiplicando-se a prestação dada por uma constante numérica, a qual denomina-se na matemática financeira como fator de acumulação dos financiamentos, que depende do número de períodos e da taxa de juros adotada.

Observa-se que se o procedimento fosse realizado de modo inverso, ou seja, se fosse conhecido o preço do carro à vista e dividindo-se por esta constante numérica, pode-se obter o valor da prestação, conforme a seguir:

$$PMT = 10.000,00 \div 3,807728$$

$$\mathbf{PMT = R\$ 2.626,24}$$

Dando sequência nos cálculos e seguindo a mesma analogia apresentada, pode-se formar a equação da constante numérica, (**fator de acumulação dos financiamentos**), de forma genérica, conforme a seguir:

$$PV = \frac{PMT}{(1 + i)^1} + \frac{PMT}{(1 + i)^2} + \frac{PMT}{(1 + i)^3} + \dots + \frac{PMT}{(1 + i)^n}$$

Colocando-se (PMT) em evidência:

$$PV = PMT \times \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

A expressão algébrica que está formada dentro dos colchetes constitui uma progressão geométrica (PG), em que o primeiro termo da sequência (a_1) é igual a $(1+i)^{-1}$, o último termo ou “enésimo” termo (a_n) é igual a $(1+i)^{-n}$ e a razão (q) é igual a $(1+i)^{-1}$.

Assim, aplicando os termos da PG na equação da soma de uma PG finita tem-se a seguinte formação algébrica:

$$S_n = \frac{a_1 - a_n \times q}{1 - q} \rightarrow \text{Equação da Soma de uma PG finita}$$

$$1.^\circ \text{ termo da PG: } a_1 = \frac{1}{(1+i)} = (1+i)^{-1}$$

$$n\text{-ésimo termo: } a_n = \frac{1}{(1+i)^n} = (1+i)^{-n}$$

$$\text{Razão: } q = (1+i)^{-2} \div (1+i)^{-1} = (1+i)^{-1}$$

Substituindo-se os valores respectivos na fórmula da soma da PG finita, tem-se:

$$S_n = \frac{a_1 - a_n \times q}{1 - q} \rightarrow S_n = \frac{(1+i)^{-1} - (1+i)^{-n} \times (1+i)^{-1}}{1 - (1+i)^{-1}} \rightarrow S_n = \frac{(1+i)^{-1} \times [1 - (1+i)^{-n}]}{1 - (1+i)^{-1}}$$

Multiplicando-se o numerador e o denominador por $(1+i)$, tem-se:

$$S_n = \frac{(1+i) \times (1+i)^{-1} \times [1 - (1+i)^{-n}]}{(1+i) - (1+i) \times (1+i)^{-1}} \rightarrow S_n = \frac{(1+i)^0 \times [1 - (1+i)^{-n}]}{(1+i) - (1+i)^0}$$

Como $(1+i)^0 = 1$, tem-se:

$$S_n = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{1+i - 1} \rightarrow S_n = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \rightarrow \text{Fator de Acumulação dos Financiamentos}$$

Uma outra equação do fator de acumulação dos financiamentos e muito utilizada na matemática financeira é obtida multiplicando-se o numerador e o denominador da expressão anterior por $(1 + i)^n$, conforme a seguir:

$$S_n = \frac{\left[1 - (1 + i)^{-n}\right] \times (1 + i)^n}{i \times (1 + i)^n} \rightarrow S_n = \frac{(1 + i)^n - (1 + i)^{n - n}}{i \times (1 + i)^n} \rightarrow S_n = \frac{(1 + i)^n - (1 + i)^0}{i \times (1 + i)^n}$$

Logo:

$$S_n = \frac{(1 + i)^n - 1}{i \times (1 + i)^n} \rightarrow \text{Outra Equação do Fator de Acumulação dos Financiamentos}$$

Desta forma, considerando-se as seguintes variáveis:

- PV:** Valor do bem à vista a ser financiado
- E:** Valor da entrada do financiamento, se houver
- PMT:** Valor das prestações
- n:** Número de períodos do financiamento
- i:** Taxa de juros da operação

Pode-se formar a Equação Geral dos Financiamentos, unindo-se as variáveis acima com uma das equações do Fator de Acumulação dos Financiamentos, a qual poderá ser utilizada nos cálculos de duas formas, conforme a seguir:

$$\mathbf{PV = E + PMT \times S_n}$$

$$\mathbf{PV = E + PMT \times \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]} \rightarrow \text{Equação Geral dos Financiamentos (1)}$$

$$\mathbf{PV = E + PMT} \times \left[\frac{\mathbf{(1 + i)^n - 1}}{\mathbf{i \times (1 + i)^n}} \right] \rightarrow \text{Equação Geral dos Financiamentos (2)}$$

1.4. Aplicação das equações

Os cálculos e as simulações dos financiamentos podem ser realizados, tanto de forma algébrica, ou seja, aplicando as equações matemáticas específicas ou através dos recursos didáticos disponíveis na calculadora financeira HP-12C.

A seguir serão demonstrados exemplos de financiamentos de venda de veículo onde serão aplicados os modelos de cálculos algébricos aplicando as equações conhecidas no item 3 e na calculadora financeira HP-12C.

Contudo, vale ressaltar antes que na Matemática Financeira são conhecidos dois tipos de financiamentos, ou seja, com e sem carência. Estes tipos de financiamentos têm origem nos estudos da Matemática Financeira denominados de séries ou anuidades. A seguir apresenta-se os tipos de séries financeiras que serão exemplificados neste artigo:

a) Financiamentos sem carência: Estes financiamentos fazem parte dos estudos das anuidades ou séries do tipo constantes, **imediatas** e postecipadas. Estas séries são aquelas que ocorrem de forma em que as parcelas são iguais (constantes) e são cobradas de forma imediata, ou seja, um período apenas, logo após o início da operação financeira. São postecipadas em virtude que as parcelas são pagas nos finais dos períodos contratados e não no início;

b) Financiamentos com carência: Estes financiamentos fazem parte dos estudos das anuidades ou séries constantes, **diferidas** e postecipadas. Estas séries são aquelas que ocorrem de forma em que as parcelas são iguais (constantes) e são cobradas de forma diferida, ou seja, em mais de um período após o início da operação financeira. São postecipadas em virtude que as parcelas são pagas nos finais dos períodos contratados após o término da carência.

1.4.1. Financiamento sem carência

A seguir observa-se um exemplo de aplicação das equações dos financiamentos quando não há carência para o início dos pagamentos. Séries constantes, **imediatas** e postecipadas.

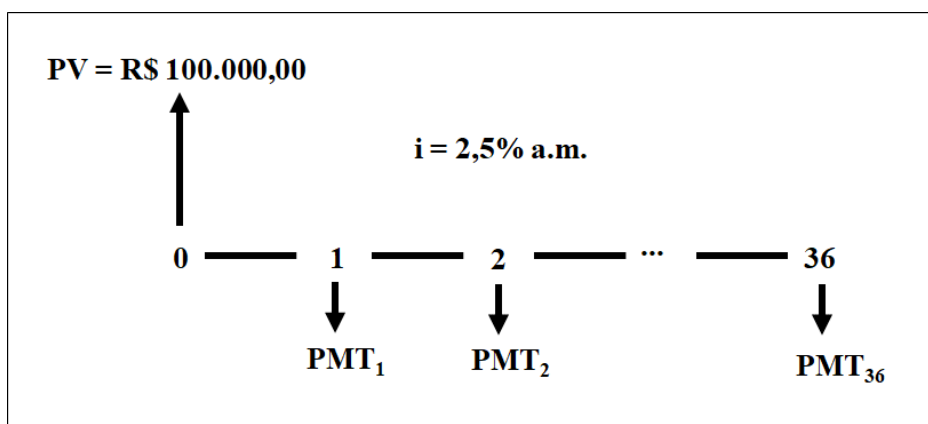
Exemplo 2 (Financiamento sem carência): Um carro no valor de R\$ 100.000,00 (cem mil reais), será financiado em 36 parcelas iguais sem entrada. Se o banco cobrar uma taxa de juros de 2,5% ao mês, qual será o valor das prestações mensais? Não serão considerados no exemplo outros acréscimos a título de taxas e/ou impostos.

a) **Dados do problema:** Inicialmente deve-se coletar os dados do cenário, referente as condições do financiamento. Assim, tem-se:

Valor do carro a ser financiado (PV) ...: **R\$ 100.000,00**
Taxa de Juros (i): **2,5% a.m.** = $2,5/100 = 0,025$ (unitária)
Quantidade de parcelas (n): **36 meses**
Prestações (PMT): **?**

b) **Gráfico:** A construção e demonstração esquemática do gráfico representativo do cenário para as condições do financiamento observado é de suma importância para visualizar de forma evidente todos os itens da operação financeira. Importante observar na figura 1, que as setas com sentido para cima representam uma entrada de valor, ou seja, R\$ 100.000,00 (valor do carro) e as setas com sentido para baixo representam uma saída de valor, ou seja, cada uma das 36 parcelas iguais que serão desembolsadas ao longo do prazo do financiamento. Assim, tem-se:

Figura 1: Gráfico representativo do financiamento do exemplo 1.



Fonte: Autor

c) **Resolução Algébrica:** A resolução algébrica consiste em resolver o problema do financiamento aplicando a equação fundamental para cálculo de um financiamento onde as prestações são do tipo constantes, imediatas e postecipadas, conforme item 3. Assim, tem-se:

$$PV = E + PMT \times \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] \Rightarrow PMT = PV \times \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

$$PMT = 100.000,00 \times \left[\frac{0,025}{1 - (1 + 0,025)^{-36}} \right] \Rightarrow PMT = 100.000,00 \times \left[\frac{0,025}{0,588906} \right]$$

$$PMT = 100.000,00 \times 0,04245158$$

PMT = R\$ 4.245,16

d) **Resolução pela Calculadora Financeira HP 12C:** Na calculadora HP12C as operações ocorrerão de forma automática, entretanto, deverão ser aplicados os comandos, conforme constam no quadro 1 a seguir:

Quadro 1: Comandos aplicados na calculadora HP12C no exemplo 2.

| DIGITAÇÃO: | O QUE FAZ: | VISOR DA HP12C: |
|------------------------|--|------------------------|
| [f] FIN ou [f] REG | Apaga os registros financeiros da máquina ou registros gerais. | 0,00 |
| 100000 [PV] | Insero o valor a ser financiado. | 100.000,00 |
| 2.5 [i] | Insero a taxa de juros. | 2,5 |
| 36 [n] | Insero o período do financiamento. | 36,00 |
| [PMT] | Resultado → | 4.245,16 |

Fonte: Autor

1.4.2. Financiamento com carência

Na sequência didática será apresentado um exemplo de aplicação das equações dos financiamentos quando há carência (diferimento) para o início dos pagamentos. Séries constantes, **diferidas** e postecipadas.

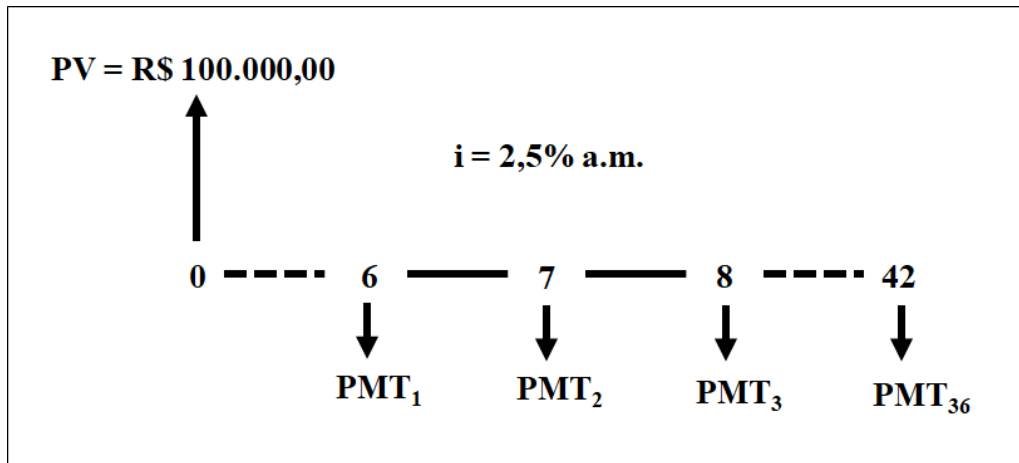
Exemplo 3 (Financiamento com carência): *Um carro no valor de R\$ 100.000,00 (cem mil reais), será financiado em 36 parcelas iguais, sendo que a primeira parcela será paga somente 6 meses após a compra. Se o banco cobrar uma taxa de juros de 2,5% ao mês, qual será o valor das prestações mensais?*

a) **Dados do problema:** Inicialmente deve-se coletar os dados do cenário, referente as condições do financiamento. Assim, tem-se:

| | |
|---|---|
| Valor do carro a ser financiado (PV) ...: | R\$ 100.000,00 |
| Taxa de Juros (i) | 2,5% a.m. = $2,5/100 = 0,025$ (unitária) |
| Quantidade de parcelas (n) | 36 meses |
| Carência (c) | 6 meses |
| Prestações (PMT) | ? |

b) **Gráfico:** A construção e demonstração esquemática do gráfico representativo do cenário para as condições do financiamento observado é de suma importância para visualizar de forma evidente todos os itens da operação financeira. Importante observar na figura 6, que as setas com sentido para cima representam uma entrada de valor, ou seja, R\$ 100.000,00 (valor do carro) e as setas com sentido para baixo representam uma saída de valor, ou seja, cada uma das 36 parcelas iguais que serão desembolsadas ao longo do prazo do financiamento. Assim, tem-se:

Figura 2: Gráfico representativo do financiamento do exemplo 3.



Fonte: Autor

c) **Resolução Algébrica:** A resolução algébrica consiste em resolver o problema do financiamento aplicando a equação fundamental para cálculo de um financiamento onde as prestações são do tipo constantes, diferidas e postecipadas. Tem-se que multiplicar o fator de acumulação dos juros $(1 + i)^{c-1}$ pela equação básica apresentada no item 3. Assim, tem-se:

$$PMT = PV \times \left[\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \right] \times (1 + i)^{c-1} \rightarrow PMT = PV \times \left[\frac{i \times (1 + i)^{c-1}}{1 - (1 + i)^{-n}} \right]$$

$$PMT = 100.000,00 \times \left[\frac{0,025 \times (1 + 0,025)^{6-1}}{1 - (1 + 0,025)^{-36}} \right] \rightarrow PMT = 100.000,00 \times \left[\frac{0,025 \times (1,025)^5}{1 - (1,025)^{-36}} \right]$$

$$PMT = 100.000,00 \times \left[\frac{0,028285}{0,588906} \right] \rightarrow PMT = 100.000,00 \times 0,04802971$$

$$PMT = R\$ 4.803,00$$

d) **Resolução pela Calculadora Financeira HP 12C:** Na calculadora HP12C as operações ocorrerão de forma automática, entretanto, deverão ser aplicados os comandos, conforme constam no quadro 2 a seguir:

Quadro 2: Comandos aplicados na calculadora HP12C no exemplo 3.

| DIGITAÇÃO: | O QUE FAZ: | VISOR DA HP12C: |
|------------------------------------|--|------------------------|
| [f] FIN ou [f] REG | Apaga os registros financeiros da máquina ou registros gerais. | 0,00 |
| 100000 [PV] | Inserir o valor a ser financiado. | 100.000,00 |
| 2.5 [i] | Inserir a taxa de juros. | 2,5 |
| 36 [n] | Inserir o período do financiamento. | 36,00 |
| [PMT] | Resultado sem carência → | 4.245,16 |
| 1.025 [ENTER] 5 [y ^x] | Inserir o fator de acumulação da carência. | 1,025 |
| [x] | Resultado com carência → | 4.803,00 |

Fonte: Autor

1.5. A influência do imposto sobre operações financeiras – IOF

No Brasil as operações de financiamentos têm incidência do IOF – Imposto sobre Operações Financeiras, o qual representa um importante custo, assim como, os juros, que oneram as respectivas operações.

Em virtude do grau de complexidade e entendimento do processo de cálculo do respectivo imposto e de sua incidência nos financiamentos, decidiu-se esclarecer, neste tópico, o respectivo processo visando o esclarecimento de toda a comunidade acadêmica e demais interessados na busca de aumentar seus conhecimentos sobre o assunto.

Vale ressaltar que após exaustiva pesquisa sobre o tema, verificou-se que há precariedade de material que ajude a sociedade a ter esclarecimento do processo de cálculo deste tão importante imposto federal de forma simples e segura, fato este que motivou ainda mais o autor deste artigo a levar ao conhecimento dos leitores os principais pontos que permitem conhecer a tributação do imposto sobre os financiamentos.

Antes de serem abordadas as formas de cálculo do imposto vale a pena indicar, basicamente, a regulamentação de que trata do IOF no Brasil:

a) **Decreto nº 6.306, de 14 de dezembro de 2007**

http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato20072010/2007/Decreto/D6306.htm

b) **Instrução Normativa RFB nº 907, de 9 de janeiro de 2009**

<http://normas.receita.fazenda.gov.br/sijut2consulta/link.action?visao=anotado&idAto=37630>

No que se refere às operações de financiamento com parcelas iguais, como é o caso da maioria das operações de financiamento de veículos, por exemplo, a Instrução Normativa n.º 907, de 9 de janeiro de 2009, esclarece em seus artigos 2º e 3º o seguinte:

Art. 2º No caso de operações de empréstimo pagas em prestações, a base de cálculo do IOF de que trata a alínea “b” do inciso I do art. 7º do Decreto nº 6.306, de 14 de dezembro de 2007, será apurada de acordo com o sistema de amortização pactuado entre as partes, desde que mencionado expressamente no respectivo contrato.

Parágrafo único. Quando o contrato de empréstimo for omissivo em relação ao sistema de amortização, a base de cálculo do IOF devido nas operações de que trata o caput será apurada pelo regime de amortização progressiva.

Art. 3º As operações de crédito com prazo inferior a 365 (trezentos e sessenta e cinco) dias, se não liquidadas no vencimento, ficarão sujeitas à incidência de imposto complementar, na forma dos §§ 2º e 3º do art. 7º do Decreto nº 6.306, de 2007.

§ 1º No caso de operações de crédito pagas em prestações, o disposto no caput aplica-se às prestações com vencimento em prazo inferior a 365 (trezentos e sessenta e cinco) dias, independentemente do prazo total da operação.

Verifica-se, entretanto, que caso não venha especificado nos contratos de financiamentos o sistema de amortização a ser pactuado, adotar-se-á o sistema de amortização progressivas ou sistema francês de amortizações ou ainda sistema Price. Por este sistema a base de cálculo do IOF serão as amortizações calculadas período a período em cada parcela. Nota-se ainda que o imposto incidirá somente nas parcelas inferiores a 365 dias.

De acordo com o Decreto nº 6.306, de 14 de dezembro de 2007 as alíquotas incidentes do IOF para as operações de créditos (empréstimos e financiamentos), são as seguintes:

a) Pessoa Física (PF): 0,0082% ao dia

b) Pessoa Jurídica (PJ): 0,0041% ao dia

c) Alíquota Adicional (PF ou PJ): 0.38%

As alíquotas incidirão sobre o valor das amortizações calculadas após descontados os saldos devedores no Sistema Francês de Amortizações ou Tabela Price.

A equação básica, desenvolvida pelo autor, para cálculo do IOF, após leitura e entendimento das regulamentações citadas, é a seguinte:

$$\text{IOF} = [(\text{Amortização} \times 0,38\%) + (\text{Amortização} \times 0,0082\% \times \text{Dias corridos})]$$

Exemplo de cálculo do IOF sobre uma operação de financiamento:

Exemplo 4: O Sr. Desesperado Brasil comprou um carro através de um financiamento. O valor financiado do carro foi de R\$ 40.000,00. A taxa de juros do financiamento foi de 2,5% ao mês e a quantidade de parcelas de 18 meses. A contratação foi no dia 20/09/2018 e as parcelas serão pagas todo dia 20 de cada mês. Nestas condições pede-se calcular: a) O valor das parcelas pelo Sistema Francês de Amortizações – Tabela Price; b) Calcular o IOF da operação financeira a partir da Tabela Price.

a) Cálculo do valor das parcelas pelo Sistema Francês de Amortizações – Tabela Price:

a.1) Resolução de forma algébrica (Aplicando as equações já conhecidas):

Sendo:

PV = Valor do Carro = R\$ 40.000,00

n = Período = 18 meses

i = Taxa de Juros = 2,5% a.m.

PMT = Prestações = ?

Então:

$$\text{PMT} = \text{PV} \times \left[\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \right] \rightarrow \text{PMT} = 40.000,00 \times \left[\frac{0,025}{1 - (1 + 0,025)^{-18}} \right]$$

$$\text{PMT} = 40.000,00 \times \left[\frac{0,025}{0,358834091} \right] \rightarrow \text{PMT} = 40.000,00 \times 0,069670081$$

PMT = R\$ 2.786,80

a.2) Resolução pela Calculadora Financeira HP-12C:

Quadro 3: Comandos aplicados na calculadora HP12C no exemplo 4.

| DIGITAÇÃO: | O QUE FAZ: | VISOR DA HP12C: |
|------------------------|--|------------------------|
| [f] FIN ou [f] REG | Apaga os registros financeiros da máquina ou registros gerais. | 0,00 |
| 40000 [PV] | Inserir o valor a ser financiado. | 40.000,00 |
| 2.5 [i] | Inserir a taxa de juros. | 2,5 |
| 18 [n] | Inserir o período do financiamento. | 18,00 |
| [PMT] | Resultado → | 2.786,80 |

Fonte: Autor

a.3) Tabela Price do Financiamento sem IOF:

Quadro 4: Tabela Price sem o IOF.

| Período | Vencimento | Dias | Dias Corridos | Saldo Devedor | Amortizações | Juros | Prestações |
|----------|------------|------|---------------|---------------|------------------|------------------|------------------|
| 0 | 20/09/2018 | 0 | 0 | 40.000,00 | - | - | - |
| 1 | 20/10/2018 | 30 | 30 | 38.213,20 | 1.786,80 | 1.000,00 | 2.786,80 |
| 2 | 20/11/2018 | 31 | 61 | 36.381,72 | 1.831,47 | 955,33 | 2.786,80 |
| 3 | 20/12/2018 | 30 | 91 | 34.504,46 | 1.877,26 | 909,54 | 2.786,80 |
| 4 | 20/01/2019 | 31 | 122 | 32.580,27 | 1.924,19 | 862,61 | 2.786,80 |
| 5 | 20/02/2019 | 31 | 153 | 30.607,98 | 1.972,30 | 814,51 | 2.786,80 |
| 6 | 20/03/2019 | 28 | 181 | 28.586,37 | 2.021,60 | 765,20 | 2.786,80 |
| 7 | 20/04/2019 | 31 | 212 | 26.514,23 | 2.072,14 | 714,66 | 2.786,80 |
| 8 | 20/05/2019 | 30 | 242 | 24.390,28 | 2.123,95 | 662,86 | 2.786,80 |
| 9 | 20/06/2019 | 31 | 273 | 22.213,23 | 2.177,05 | 609,76 | 2.786,80 |
| 10 | 20/07/2019 | 30 | 303 | 19.981,76 | 2.231,47 | 555,33 | 2.786,80 |
| 11 | 20/08/2019 | 31 | 334 | 17.694,50 | 2.287,26 | 499,54 | 2.786,80 |
| 12 | 20/09/2019 | 31 | 365 | 15.350,06 | 2.344,44 | 442,36 | 2.786,80 |
| 13 | 20/10/2019 | 30 | 395 | 12.947,01 | 2.403,05 | 383,75 | 2.786,80 |
| 14 | 20/11/2019 | 31 | 426 | 10.483,88 | 2.463,13 | 323,68 | 2.786,80 |
| 15 | 20/12/2019 | 30 | 456 | 7.959,18 | 2.524,71 | 262,10 | 2.786,80 |
| 16 | 20/01/2020 | 31 | 487 | 5.371,35 | 2.587,82 | 198,98 | 2.786,80 |
| 17 | 20/02/2020 | 31 | 518 | 2.718,83 | 2.652,52 | 134,28 | 2.786,80 |
| 18 | 20/03/2020 | 29 | 547 | 0,00 | 2.718,83 | 67,97 | 2.786,80 |
| Σ | | | | | 40.000,00 | 10.162,46 | 50.162,46 |

Fonte: Autor

b) Cálculo do IOF da operação financeira a partir da Tabela Price:

$$\text{IOF} = [(\text{Amortização} \times 0,38\%) + (\text{Amortização} \times 0,0082\% \times \text{Dias corridos})]$$

$$\text{IOF}_{20/10/2018} = [(1.786,80 \times 0,38\%) + (1.786,80 \times 0,0082\% \times 30)]$$

$$\text{IOF}_{20/10/2018} = [6,79 + 4,40]$$

$$\text{IOF}_{20/10/2018} = \mathbf{R\$ 11,19}$$

$$\text{IOF}_{20/11/2018} = [(1.831,47 \times 0,38\%) + (1.831,47 \times 0,0082\% \times 61)]$$

$$\text{IOF}_{20/11/2018} = [6,96 + 9,16]$$

$$\text{IOF}_{20/11/2018} = \mathbf{R\$ 16,12}$$

(...)

$$\text{IOF}_{20/09/2019} = [(2.344,44 \times 0,38\%) + (2.344,44 \times 0,0082\% \times 365)]$$

$$\text{IOF}_{20/09/2019} = [8,91 + 70,17]$$

IOF_{20/09/2019} = R\$ 79,09

Deve-se ainda observar que de acordo com o Art. 3.º, § 1º da Instrução Normativa RFB n.º 907, de 9 de janeiro de 2009 a tributação do IOF ocorrerá até 1 ano (365 dias). Assim, caso os dias corridos do 12.º mês do financiamento ultrapassar os 365 dias deve-se calcular o IOF da alíquota de 0,0082% utilizando-se os dias proporcionais deste último período.

b.1) Tabela Price do Financiamento com IOF:

Quadro 5: Tabela Price com IOF

| Período | Vencimento | Dias | Dias Corridos | Saldo Devedor | Amortizações | Juros | Prestações | IOF | | IOF TOTAL |
|---------|------------|------|---------------|---------------|--------------|-----------|------------|---------|-------|-----------|
| | | | | | | | | 0,0082% | 0,38% | |
| 0 | 20/09/2018 | 0 | 0 | 40.000,00 | - | - | - | - | - | - |
| 1 | 20/10/2018 | 30 | 30 | 38.213,20 | 1.786,80 | 1.000,00 | 2.786,80 | 4,40 | 6,79 | 11,19 |
| 2 | 20/11/2018 | 31 | 61 | 36.381,72 | 1.831,47 | 955,33 | 2.786,80 | 9,16 | 6,96 | 16,12 |
| 3 | 20/12/2018 | 30 | 91 | 34.504,46 | 1.877,26 | 909,54 | 2.786,80 | 14,01 | 7,13 | 21,14 |
| 4 | 20/01/2019 | 31 | 122 | 32.580,27 | 1.924,19 | 862,61 | 2.786,80 | 19,25 | 7,31 | 26,56 |
| 5 | 20/02/2019 | 31 | 153 | 30.607,98 | 1.972,30 | 814,51 | 2.786,80 | 24,74 | 7,49 | 32,24 |
| 6 | 20/03/2019 | 28 | 181 | 28.586,37 | 2.021,60 | 765,20 | 2.786,80 | 30,00 | 7,68 | 37,69 |
| 7 | 20/04/2019 | 31 | 212 | 26.514,23 | 2.072,14 | 714,66 | 2.786,80 | 36,02 | 7,87 | 43,90 |
| 8 | 20/05/2019 | 30 | 242 | 24.390,28 | 2.123,95 | 662,86 | 2.786,80 | 42,15 | 8,07 | 50,22 |
| 9 | 20/06/2019 | 31 | 273 | 22.213,23 | 2.177,05 | 609,76 | 2.786,80 | 48,74 | 8,27 | 57,01 |
| 10 | 20/07/2019 | 30 | 303 | 19.981,76 | 2.231,47 | 555,33 | 2.786,80 | 55,44 | 8,48 | 63,92 |
| 11 | 20/08/2019 | 31 | 334 | 17.694,50 | 2.287,26 | 499,54 | 2.786,80 | 62,64 | 8,69 | 71,34 |
| 12 | 20/09/2019 | 31 | 365 | 15.350,06 | 2.344,44 | 442,36 | 2.786,80 | 70,17 | 8,91 | 79,08 |
| 13 | 20/10/2019 | 30 | 395 | 12.947,01 | 2.403,05 | 383,75 | 2.786,80 | - | - | - |
| 14 | 20/11/2019 | 31 | 426 | 10.483,88 | 2.463,13 | 323,68 | 2.786,80 | - | - | - |
| 15 | 20/12/2019 | 30 | 456 | 7.959,18 | 2.524,71 | 262,10 | 2.786,80 | - | - | - |
| 16 | 20/01/2020 | 31 | 487 | 5.371,35 | 2.587,82 | 198,98 | 2.786,80 | - | - | - |
| 17 | 20/02/2020 | 31 | 518 | 2.718,83 | 2.652,52 | 134,28 | 2.786,80 | - | - | - |
| 18 | 20/03/2020 | 29 | 547 | 0,00 | 2.718,83 | 67,97 | 2.786,80 | - | - | - |
| | | | | Σ | 40.000,00 | 10.162,46 | 50.162,46 | 416,72 | 93,67 | 510,39 |

Fonte: Autor

Assim, o IOF da operação financeira do exemplo adotado ficou estabelecido em R\$ 510,39, sendo:

IOF 0,0082% = R\$ 416,72

IOF 0,38% = R\$ 93,67

IOF Total = R\$ 510,39

1.6. O CUSTO EFETIVO TOTAL DO FINANCIAMENTO - CET

O CET (Custo Efetivo Total) nas operações de crédito é obrigatório desde 2008, quando entrou em vigor a resolução nº 3.517/2007 do Conselho Monetário Nacional e do Banco Central, que

determinava a inclusão do custo da operação de crédito com uma taxa de juros em percentual. Nesse caso, o consumidor tinha acesso à taxa efetiva de juros e à taxa com a soma dos custos embutidos no crédito.

Na verdade, toda operação de crédito, sobretudo, os empréstimos e financiamentos tem custos envolvidos na operação que serão suportados pelo tomador. Em virtude do grau de complexidade do cálculo do **CET**, o qual decorre das operações de crédito (empréstimos e financiamentos), decidiu-se elaborar este artigo para esclarecimento de toda a comunidade acadêmica e demais interessados na busca de aumentar seus conhecimentos sobre o assunto.

Antes de ser abordada a forma de cálculo do CET, vale a pena indicar, basicamente, a legislação que trata do assunto:

a) **Resolução BACEN nº 3.517, de 6 de dezembro de 2007**

https://www.bcb.gov.br/pre/normativos/busca/downloadNormativo.asp?arquivo=/Lists/Normativos/Attachments/48005/Res_3517_v2_L.pdf

1.6.1. EQUAÇÃO BÁSICA DO CUSTO EFETIVO TOTAL - CET

$$PV = \frac{PMT_1}{(1+CET)^1} + \frac{PMT_2}{(1+CET)^2} + \dots + \frac{PMT_n}{(1+CET)^n}$$

Onde:

PV = Valor Líquido Financiado (deduzido os custos do financiamento)

PMT = Prestações do Financiamento

CET = Taxa do Custo Efetivo do Financiamento

Exemplo de cálculo do CET sobre uma operação de financiamento:

Exemplo 5: *O Sr. Desesperado Brasil comprou um carro através de um financiamento. O valor financiado do carro foi de R\$ 40.000,00. A taxa de juros do financiamento foi de 2,5% ao mês e a quantidade de parcelas de 18 meses. O IOF da operação foi de R\$ 510,39. Houve ainda cobrança de TAC (Taxa de Abertura de Crédito) no valor de R\$ 200,00 e cobrança de seguro*

do financiamento de 2% do valor financiado. Nestas condições pede-se calcular o CET – Custo Efetivo Total da operação financeira.

a) Primeiro passo é calcular o valor das parcelas pelo Sistema Francês de Amortizações – Tabela Price:

Sendo:

PV = R\$ 40.000,00 (Valor do Carro)

n = 18 meses (Período)

i = 2,5% a.m. (Taxa de Juros)

PMT = ? (Prestações)

Então:

$$PMT = PV \times \left[\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \right] \Rightarrow PMT = 40.000,00 \times \left[\frac{0,025}{1 - (1 + 0,025)^{-18}} \right]$$

$$PMT = 40.000,00 \times \left[\frac{0,025}{0,358834091} \right] \Rightarrow PMT = 40.000,00 \times 0,069670081$$

PMT = R\$ 2.786,80

a.1) Resolução pela Calculadora HP-12C:

Quadro 6: Comandos aplicados na calculadora HP12C no exemplo 4.

| DIGITAÇÃO: | O QUE FAZ: | VISOR DA HP12C: |
|------------------------|--|-----------------|
| [f] FIN ou [f] REG | Apaga os registros financeiros da máquina ou registros gerais. | 0,00 |
| 40000 [PV] | Inserir o valor a ser financiado. | 40.000,00 |
| 2.5 [i] | Inserir a taxa de juros. | 2,5 |
| 18 [n] | Inserir o período do financiamento. | 18,00 |
| [PMT] | Resultado → | 2.786,80 |

Fonte: Autor

b) O Segundo passo deve-se calcular o CET da operação financeira sem considerar todos os custos do financiamento, somente os juros permanecerão. Este procedimento deve ser realizado para efeito de comparação. Assim:

$$PV = \frac{PMT_1}{(1+CET)^1} + \frac{PMT_2}{(1+CET)^2} + \dots + \frac{PMT_n}{(1+CET)^n}$$

$$40.000,00 = \frac{2.786,80}{(1+CET)^1} + \frac{2.786,80}{(1+CET)^2} + \dots + \frac{2.786,80}{(1+CET)^{18}}$$

O problema agora é encontrar uma taxa (CET) que satisfaça a igualdade da equação.

A calculadora HP-12C pode auxiliar de forma precisa na resolução deste cálculo, conforme a seguir:

Quadro 7: Comandos aplicados na calculadora HP12C no exemplo 5, alínea “b”.

| DIGITAÇÃO: | O QUE FAZ: | VISOR DA HP12C: |
|-------------------------------------|--|-----------------|
| [f] FIN ou [f] REG | Apaga os registros financeiros da máquina ou registros gerais. | 0,00 |
| 40000 [CHS] [g] CF ₀ | Insero o valor a ser financiado. | 40.000,00 |
| 2786.80 [g] CF _j | Insero as parcelas calculadas. | 2.786,80 |
| 18 [g] N _j | Insero a quantidade de parcelas. | 18,00 |
| [f] IRR | Resultado → | 2,5 |

Fonte: Autor

No visor da máquina: 2,5

CET = 2,5% ao mês

Verifica-se que o CET calculado para as 18 parcelas de R\$ 2.786,80 é exatamente igual ao valor financiado sem os descontos, portanto, neste caso o CET do financiamento é igual a taxa de juros contratada. Assim:

Sendo: $CET = 2,5\% = 0,025$ (forma unitária), então:

$$40.000,00 = \frac{2.786,80}{(1+0,025)^1} + \frac{2.786,80}{(1+0,025)^2} + \dots + \frac{2.786,80}{(1+0,025)^{18}}$$

$$40.000,00 = 2.718,83 + 2.652,52 + \dots + 1.786,80$$

$$40.000,00 = 2.718,83 + 2.652,52 + \dots + 1.786,80$$

$$40.000,00 = 40.000,00$$

Desta forma, verifica-se que o CET calculado sem descontar os custos do valor financiado é exatamente igual à taxa do financiamento. Entretanto, no exemplo apresentado há alguns custos do financiamento que precisam ser descontados. Assim, verifica-se que:

| | |
|--------------------------------------|-----------------------------|
| 1. Valor financiado: | <u>R\$ 40.000,00</u> |
| 2. IOF da operação: | R\$ 510,39 (-) |
| 3. Juros do financiamento: | R\$ 10.162,46 (-) |
| 4. TAC (abertura de crédito): | R\$ 200,00 (-) |
| 5. Seguro (2%): | <u>R\$ 800,00</u> (-) |
| 6. Total dos Custos: | <u>R\$ 11.672,85</u> |
| 7. Valor líquido financiado (1 – 6): | R\$ 28.327,15 |

Assim, após a determinação do valor líquido financiado pode-se calcular o CET do financiamento em percentual.

c) Terceiro passo deve-se calcular o CET da operação financeira desconsiderando todos os custos do financiamento. Assim:

$$PV = \frac{PMT_1}{(1+CET)^1} + \frac{PMT_2}{(1+CET)^2} + \dots + \frac{PMT_n}{(1+CET)^n}$$

$$28.327,15 = \frac{2.786,80}{(1+\text{CET})^1} + \frac{2.786,80}{(1+\text{CET})^2} + \dots + \frac{2.786,80}{(1+\text{CET})^{18}}$$

A calculadora HP-12C pode auxiliar de forma precisa na resolução deste cálculo, conforme a seguir:

Quadro 8: Comandos aplicados na calculadora HP12C no exemplo 5, alínea “c”.

| DIGITAÇÃO: | O QUE FAZ: | VISOR DA HP12C: |
|--|--|-----------------|
| [f] FIN ou [f] REG | Apaga os registros financeiros da máquina ou registros gerais. | 0,00 |
| 28327.15 [CHS] [g] CF ₀ | Inserir o valor a ser financiado sem os custos. | 28.327,15 |
| 2786.80 [g] CF ₁ | Inserir as parcelas calculadas. | 2.786,80 |
| 18 [g] N _j | Inserir a quantidade de parcelas. | 18,00 |
| [f] IRR | Resultado → | 6,86 |

Fonte: Autor

No visor da máquina: 6,86

CET = 6,86% ao mês

O CET – Custo Efetivo do Financiamento para o exemplo apresentado é de 6,86%. Este percentual poderá ser comparado com o percentual de outros bancos para verificar qual banco oferece o menor CET. O banco que oferecer o menor CET deverá ser o escolhido pelo consumidor mutuário da operação financeira.

2. METODOLOGIA

A metodologia utilizada para dar suporte às informações apresentadas no presente trabalho foi a pesquisa bibliográfica com foco direcionado para obras literárias, listadas nas referências, que abordam assuntos de Matemática Financeira e de Legislação sobre o IOF - Imposto sobre Operações Financeiras e do CET – Custo Efetivo Total do Financiamento.

Os cálculos foram realizados utilizando-se a forma algébrica (manual através de equações matemáticas), bem como, através da Calculadora Financeira HP12C e da Planilha Eletrônica do Microsoft Excel.

Durante os estudos e pesquisa realizada nas obras literárias referenciadas, constantemente, foram colocados em teste simulações possíveis de aplicabilidade dos cálculos algébricos de financiamentos utilizando-se e demonstrando-se através da HP12C e do Excel.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nos estudos de Matemática Financeira pesquisados e apresentados neste trabalho, percebe-se uma preocupação fundamental, ou seja, demonstrar a importância dos cálculos e aplicabilidade do Sistema de Amortizações Progressivas ou Sistema Francês de Amortizações e os principais custos envolvidos nas operações de financiamentos. A calculadora financeira HP12C exerce uma influência predominante nos cálculos de empréstimos e financiamentos. Assim, este trabalho preocupou-se, detalhadamente, com a operacionalidade do Sistema Francês de Amortizações.

Nos itens 1.4.1 e 1.4.2 deste trabalho foram abordados os cálculos e simulações dos empréstimos e financiamentos, tanto de forma algébrica, quanto na calculadora financeira HP12C. A título de exemplificação para demonstração dos cálculos e simulações foi apresentado uma forma de determinação das prestações de um financiamento quando não se tem carência para início dos pagamentos da operação e outra forma quando se tem carência. A HP12C é uma poderosa ferramenta de trabalho à disposição de todos os acadêmicos e demais interessados em geral no conteúdo abordado.

Os cálculos apresentados são os mais comuns dentre o cenário de financiamentos no Brasil, ou seja, ocorre quando o mutuário financia um bem com ou sem carência. Assim, a comunidade acadêmica e os demais leitores deste trabalho poderão verificar as formas de aplicabilidade dos respectivos cálculos utilizando a ferramenta de trabalho aqui apresentada e aplicar em situações reais elevando, por conseguinte, o grau de conhecimento e profissionalismo.

Acerca dos custos suportados pelo mutuário em uma operação de financiamento verificou-se que além dos juros e do IOF incidente na operação financeira podem ocorrer outros custos no processo, ou seja, cobrança de taxas de abertura de crédito (TAC) e seguros do financiamento, caso o mutuário fique inadimplente. Todos esses custos oneram o financiamento e levam uma falsa imagem ao tomador do financiamento (mutuário) que o mesmo irá contar com 100% (cem por cento) do valor financiado, enquanto de fato ou efetivamente, o mesmo somente contará

com o valor líquido, ou seja, o valor financiado menos os custos envolvidos. Este fato foi verificado quando do cálculo do CET.

4. CONCLUSÃO

O trabalho teve como objetivo principal demonstrar aos acadêmicos e sociedade interessada, que estudam o conteúdo abordado de empréstimos e financiamentos a utilização didática do Sistema de Amortizações Progressivas ou Sistema Francês de Amortizações e os principais custos operacionais envolvidos, bem como, apresentar a utilização da calculadora HP12C como auxiliar nas resoluções e simulações destes respectivos cálculos.

Destaca-se que grandes contribuições foram trazidas aqui para a comunidade acadêmica e também a todos que desejarem aprender a calcular e a simular empréstimos e financiamentos com e sem carência na principal ferramenta disponível, ou seja, a calculadora financeira HP12C. Vale ressaltar também que esta ferramenta está disponível de forma gratuita através de aplicativos (APP) para celulares. Assim, como grande parte da população e comunidade acadêmica dispõe de celulares poderão em suas mãos utilizar este poderoso instrumento de cálculos financeiros a qualquer momento que desejarem.

Outro ponto importante que foi destacado pelo presente trabalho foi a questão dos custos, geralmente, envolvidos nas operações de financiamentos, ou seja, Juros, IOF, TAC e Seguros. Através do cálculo do Custo Efetivo Total – CET, disponibilizado pelo Banco Central do Brasil – BACEN foi possível demonstrar, neste trabalho, a efetividade do valor disponibilizado ao tomador do financiamento.

À medida que o leitor vai efetuando e aprofundando a leitura, tanto neste trabalho, quanto nas referências bibliográficas aqui referendadas, conseqüentemente, vai aumentando o seu grau de conhecimento e de respostas sobre a efetivação dos cálculos apresentados podendo inclusive aplicar estes conhecimentos em situações reais e profissionais quando for requerido pelo mercado financeiro.

REFERÊNCIAS

BAUER, Udibert Reinoldo. **Calculadora HP-12C: Manuseio, cálculos financeiros e análise de investimentos**. 2.ed. São Paulo: Atlas, 1996.

BRASIL. Banco Central do Brasil. **Resolução n.º 3.517 de 6 de dezembro de 2007**. Dispõe sobre a informação e a divulgação do custo efetivo total correspondente a todos os encargos e despesas de operações de crédito e de arrendamento mercantil financeiro, contratadas ou ofertadas a pessoas físicas. Disponível em: https://www.bcb.gov.br/pre/normativos/busca/downloadNormativo.asp?arquivo=/Lists/Normativos/Attachments/48005/Res_3517_v2_L.pdf. Acesso em: 19 fev. 2019.

BRASIL. Presidência da República. Casa Civil. **Decreto nº 6.306, de 14 de dezembro de 2007**. Regulamenta o Imposto sobre Operações de Crédito, Câmbio e Seguro, ou relativas a Títulos ou Valores Mobiliários - IOF. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2007/Decreto/D6306.htm. Acesso em: 19 fev. 2019.

BRASIL. Receita Federal do Brasil. **Instrução Normativa RFB nº 907, de 9 de janeiro de 2009**. Dispõe sobre o Imposto sobre Operações de Crédito, Câmbio e Seguro, ou relativas a Títulos ou Valores Mobiliários (IOF). Disponível em: <http://normas.receita.fazenda.gov.br/sijut2consulta/link.action?visao=anotado&idAto=37630>. Acesso em: 19 fev. 2019.

BRUNI, Adriano Leal; FAMÁ, Rubens. **Matemática Financeira: Com HP 12C e Excel**. São Paulo: Atlas, 2002.

DANA, Samy. **Introdução a Finanças Empresariais**. 1.ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2015.

GIMENES, Cristiano Marchi. **Matemática Financeira Com HP 12C e Excel: Uma Abordagem Descomplicada**. 2.ed. São Paulo: Pearson, 2009.

JOBIM, Alceu. **Matemática Financeira: (Com Excel) e suas aplicações**. 1.ed. Goiânia: Escolar Editora, 2015.

MILAN, Aparecida Célia. **O Ensino da Matemática Financeira: Uma Abordagem Orientada à Incorporação de Recursos Tecnológicos**. 2003. 108p. Dissertação, Mestrado em Educação, Universidade do Oeste Paulista – UNOESTE, Presidente Prudente, SP, 2003. Disponível em: <http://bdtd.unoeste.br:8080/tede/handle/tede/958>. Acesso em: 19 fev. 2019.

NETO, Alexandre Assaf. **Matemática Financeira e Suas Aplicações**. 13.ed. São Paulo: Editora Atlas, 2016.

QUEIROZ, Maria Rachel Pessoa de; BARBOSA, Jonei Cerqueira. Ferramentas Tecnológicas em Livros Didáticos de Matemática Financeira: Usos, Objetivos, Implicações e Aplicações. **Revista Eletrônica Vidya**, Santa Maria, n.2, v.37, jul./dez. 2017. Disponível em: <https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/2055>. Acesso em: 12 mar. 2018.